B

令和8年度

前　期　日　程

数　学　問　題

〔注　意〕

1．問題冊子および解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない．

2．受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計 **10** か所）に正確に記入すること．

3．問題本文は，3 ページ，5 ページ，7 ページ，9 ページにある．脱落している場合は直ちに申し出ること．

4．解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 5 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている．解答用紙をミシン目に従って切り離すこと．

5．解答（途中の計算，推論等を含む）は，指定された解答用紙の指定された場所に記入すること．**指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする．**

6．問題冊子の余白は下書きに使用してもよい．

7．解答用紙は持ち帰ってはいけない．

8．問題冊子，および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること．

$\boxed{1}$ 座標平面において，$y = x - x^3$ で表される曲線を C とする．実数 s に対して，C 上の点 $(s,\ s - s^3)$ における C の接線を ℓ_s で表す．t を $0 < t < 1$ をみたす実数とするとき，ℓ_0 と ℓ_1 の交点を P，ℓ_0 と ℓ_t の交点を Q，ℓ_1 と ℓ_t の交点を R とし，三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする．

(1) $S(t)$ を t の式で表せ．

(2) 実数 t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき，$S(t)$ を最大にする t の値と，$S(t)$ の最大値を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{2}$ 空間内に 4 点 O，A，B，C があり，$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = 1$ である．また，$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{AOC} = 90^\circ$，$\angle\mathrm{BOC} = 60^\circ$ である．t を正の実数とし，点 D，E は $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = (2t+1)\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ をみたす点とする．点 P は $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = -1$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = 1$ をみたしていて，さらに 4 点 A，D，E，P は同一平面上にある．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ と t を用いて表せ．

(2) 実数 t が $t > 0$ の範囲を動くとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|$ を最小にする t の値と，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|$ の最小値を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{3}$ a を実数とし，複素数 z に対して

$$f(z) = \frac{(1-ai)z + (1+ai)\overline{z}}{2}$$

とする．ただし，i は虚数単位，$\overline{z}$ は z と共役な複素数である．

(1) $f(z)$ は実数であることを示せ．

(2) 実数 a に対して，$|z| = 1$ かつ

$$f(z)\{f(z) - f(i) - 2\} = -2f(i)$$

となるような複素数 z の個数を $N(a)$ とする．$N(a)$ を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{4}$ 実数 x に対して $f(x) = e^{-x}\cos x$ とする．ただし，e は自然対数の底である．

(1) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，不等式 $1 - x \leqq f(x) \leqq 1$ が成り立つことを示せ．

(2) $0 < a \leqq \dfrac{\pi}{2}$ をみたす実数 a に対して

$$I(a) = \int_0^a \frac{(x+a)f(x)}{x^2+a^2}\,dx$$

とするとき，$\displaystyle\lim_{a \to +0} I(a)$ を求めよ．

（配点率 20 %）

$\boxed{5}$ 　さいころ 1 個を 3 回連続して投げ，1 回目に出た目を a，2 回目に出た目を b，3 回目に出た目を c とする．このとき，a，b，c のなかで最大の数を m とおき，$x = \dfrac{(a+b+c)^2}{3abc}$ とおく．

(1) $a = b = c$ であって，x が整数である確率を求めよ．

(2) $m = 6$ であって，x が整数である確率を求めよ．

(3) m が偶数であったとき，x が整数である条件つき確率を求めよ．

（配点率 20 %）