A

令和5年度

前　期　日　程

数　学　問　題

〔注　意〕

1．問題冊子および解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない．

2．**受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計6か所）に正確に記入すること．**

3．問題本文は，3ページ，5ページ，7ページにある．脱落している場合は直ちに申し出ること．

4．解答用冊子には表紙1枚と解答用紙3枚と白紙2枚が一緒に折り込まれている．解答用紙をミシン目に従って切り離すこと．

5．解答（途中の計算，推論等を含む）は，指定された解答用紙の指定された場所に記入すること．**指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする．**

6．問題冊子の余白は下書きに使用してもよい．

7．解答用紙は持ち帰ってはいけない．

8．問題冊子，および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること．

1　a, b を実数とする．θ についての方程式

$$\cos 2\theta = a\sin\theta + b$$

が実数解をもつような点 (a, b) の存在範囲を座標平面上に図示せよ．

（配点率 30 %）

2　正の実数 a, x に対して,

$$y = \left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^3 + a\left(\log_{\sqrt{2}} x\right)\left(\log_4 x^3\right)$$

とする.

(1) $t = \log_2 x$ とするとき, y を a, t を用いて表せ.

(2) x が $\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 8$ の範囲を動くとき, y の最大値 M を a を用いて表せ.

（配点率 35 %）

$\boxed{3}$ 平面上の3点O, A, Bが

$$\left|2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=1 \quad \text{かつ} \quad (2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})=\frac{1}{3}$$

をみたすとする.

(1) $(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}})$ を求めよ.

(2) 平面上の点Pが

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\right|\leqq\frac{1}{3} \quad \text{かつ} \quad \overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\leqq\frac{1}{3}$$

をみたすように動くとき, $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|$ の最大値と最小値を求めよ.

(配点率 35 %)