

令和7年度

前期日程

数学問題

〔注意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計6か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文は、3ページ、5ページ、7ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙1枚と解答用紙3枚と白紙2枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子、および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

1

平面上の三角形 OAB を考える. $\angle AOB$ は鋭角, $OA = 3$, $OB = t$ とする. また, 点 A から直線 OB に下ろした垂線と直線 OB の交点を C とし, $OC = 1$ とする. 線分 AB を $2:1$ に内分する点を P , 点 A から直線 OP に下ろした垂線と直線 OB との交点を R とする.

- (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を t を用いて表せ.
- (2) 線分 OR の長さを t を用いて表せ.
- (3) 線分 OB の中点を M とする. 点 R が線分 MB 上にあるとき, t のとりうる値の範囲を求めよ.

(配点率 35 %)

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 正の整数 k, ℓ に対して

$$\frac{k}{k+\ell-1} a_{k+1} a_\ell + \frac{\ell}{k+\ell-1} a_k a_{\ell+1} = a_k a_\ell$$

が成り立つことを示せ.

(2) 正の整数 m に対して

$$\sum_{k=1}^m a_k a_{m-k+1} = 1$$

が成り立つことを示せ.

(配点率 35 %)

3

座標平面において、 $y = x^2 - 1$ で表される放物線を C とする。 C 上の点 P における C の接線を l とする。 ただし、点 P は y 軸上にはないものとする。 O を原点とし、放物線 C と線分 OP および y 軸で囲まれた図形の面積を S 、放物線 C と接線 l および y 軸で囲まれた図形の面積を T とする。 $S - T$ の最大値を求めよ。

(配点率 30 %)