

令和3年度

前期日程

数学問題

〔注意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計6か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文は、3ページ、5ページ、7ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙1枚と解答用紙3枚と白紙2枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子、および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1 a を実数とする. C を放物線 $y = x^2$ とする.

- (1) 点 $A(a, -1)$ を通るような C の接線は, ちょうど 2 本存在することを示せ.
- (2) 点 $A(a, -1)$ から C に 2 本の接線を引き, その接点を P, Q とする. 直線 PQ の方程式は $y = 2ax + 1$ であることを示せ.
- (3) 点 $A(a, -1)$ と直線 $y = 2ax + 1$ の距離を L とする. a が実数全体を動くとき, L の最小値とそのときの a の値を求めよ.

(配点率 30 %)

(下書き用紙)

2 空間内に、同一平面上にない4点 O, A, B, C がある. s, t を $0 < s < 1, 0 < t < 1$ をみたす実数とする. 線分 OA を $1:1$ に内分する点を A_0 , 線分 OB を $1:2$ に内分する点を B_0 , 線分 AC を $s:(1-s)$ に内分する点を P , 線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする. さらに4点 A_0, B_0, P, Q が同一平面上にあるとする.

(1) t を s を用いて表せ.

(2) $|\vec{OA}| = 1, |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 2, \angle AOB = 120^\circ, \angle BOC = 90^\circ, \angle COA = 60^\circ, \angle POQ = 90^\circ$ であるとき, s の値を求めよ.

(配点率 35 %)

(下書き用紙)

- 3 整数 a, b, c に関する次の条件 (*) を考える.

$$\int_a^c (x^2 + bx) dx = \int_b^c (x^2 + ax) dx \quad \dots\dots (*)$$

- (1) 整数 a, b, c が (*) および $a \neq b$ をみたすとき, c^2 を a, b を用いて表せ.
- (2) $c = 3$ のとき, (*) および $a < b$ をみたす整数の組 (a, b) をすべて求めよ.
- (3) 整数 a, b, c が (*) および $a \neq b$ をみたすとき, c は 3 の倍数であることを示せ.

(配点率 35 %)