

令和4年度

前期日程

# 数学問題

〔注意〕

1. 問題冊子および解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計6か所）に正確に記入すること。
3. 問題本文は、3ページ、5ページ、7ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙1枚と解答用紙3枚と白紙2枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、指定された解答用紙の指定された場所に記入すること。指定された解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は無効とする。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子、および解答用冊子の表紙・白紙は持ち帰ること。

1 三角形 ABC において、辺 AB を 2 : 1 に内分する点を M、辺 AC を 1 : 2 に内分する点を N とする。また、線分 BN と線分 CM の交点を P とする。

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を、 $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  を用いて表せ。

(2) 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ  $a, b, c$  とするとき、線分 AP の長さを、 $a, b, c$  を用いて表せ。

(配点率 30 %)

2  $n$  を 2 以上の自然数とし, 1 個のさいころを  $n$  回投げて出る目の数を順に  $X_1, X_2, \dots, X_n$  とする.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  の最小公倍数を  $L_n$ , 最大公約数を  $G_n$  とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $L_2 = 5$  となる確率および  $G_2 = 5$  となる確率を求めよ.
- (2)  $L_n$  が素数でない確率を求めよ.
- (3)  $G_n$  が素数でない確率を求めよ.

(配点率 35 %)

3

以下の問いに答えよ.

(1) 実数  $\alpha, \beta$  に対し,

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = \frac{(\alpha - \beta)^3}{6}$$

が成り立つことを示せ.

(2)  $a, b$  を  $b > a^2$  を満たす定数とし, 座標平面上に点  $A(a, b)$  をとる. さらに, 点  $A$  を通り, 傾きが  $k$  の直線を  $\ell$  とし, 直線  $\ell$  と放物線  $y = x^2$  で囲まれた部分の面積を  $S(k)$  とする.  $k$  が実数全体を動くとき,  $S(k)$  の最小値を求めよ.

(配点率 35 %)